

Promotoren

Prof. Dr. Hendrik Van Maldeghem
Vakgroep Zuivere Wiskunde en Computeralgebra
Universiteit Gent

Prof. Dr. Richard Weiss
Department of Mathematics
Tufts University
Medford, USA

Overige leden van de examencommissie

Prof. Dr. J. Van der Jeugt
Voorzitter Opleidingscommissie Wiskunde
Universiteit Gent

Prof. Dr. A. M. Cohen
Vakgroep Wiskunde
Technische Universiteit Eindhoven
Nederland

Prof. Dr. W. Mielants
Vakgroep Zuivere Wiskunde en Computeralgebra
Universiteit Gent

Prof. Dr. B. Mühlherr
Département de Mathématique
Université Libre de Bruxelles

Prof. Dr. J. A. Thas
Vakgroep Zuivere Wiskunde en Computeralgebra
Universiteit Gent

Prof. Dr. J. Van Geel
Vakgroep Zuivere Wiskunde en Computeralgebra
Universiteit Gent



Faculteit Wetenschappen
Vakgroep Zuivere Wiskunde
en Computeralgebra

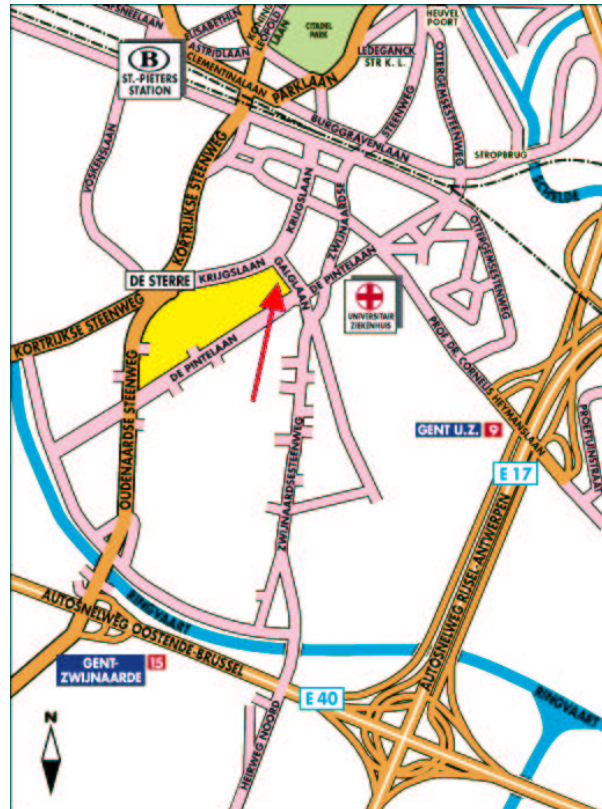
Uitnodiging

voor de

openbare verdediging van het
doctoraatsproefschrift van

Tom De Medts

9 januari 2003 om 16.30 uur



U wordt vriendelijk uitgenodigd
op de openbare verdediging van het
doctoraatsproefschrift van

Tom De Medts

Titel van het proefschrift:

**Moufang quadrangles:
A unifying algebraic structure,
and some results on exceptional
quadrangles**

De verdediging vindt plaats op
donderdag 9 januari 2003 om 16.30 uur
in gebouw S22, auditorium 14
Galglaan 2, 9000 Gent.

Na de verdediging volgt een receptie,
waarop u van harte welkom bent.

Situering van het onderwerp

Een (abstracte) *meetkunde* is een structuur, bestaande uit objecten die we punten en rechten noemen, samen met een relatie tussen punten en rechten, die we een incidentierelatie noemen. Elke meetkunde kan ook voorgesteld worden als een bipartitiegraaf, waarvan de twee partities corresponderen met de punten en de rechten, en waarvan de bogen corresponderen met de incidentierelatie. Een meetkunde wordt *dik* genoemd als elke top in het graaf tot minstens 3 bogen behoort.

Een *veralgemeende n -hoek* is dan een bipartitiegraaf met diameter n en omtrek $2n$.

Een belangrijke deelklasse van de dikke veralgemeende veelhoeken zijn diegene die aan de zogenaamde *Moufang voorwaarde* voldoen. Niet alleen behoren de meeste “natuurlijke” voorbeelden van veralgemeende veelhoeken tot deze klasse; de Moufang veelhoeken spelen ook een grote rol in de studie van de sferische gebouwen, en ze hebben diepe en interessante links met heel wat algebraïsche theorieën die op het eerste gezicht niks met meetkunde te maken hebben.

Zeer onlangs zijn de Moufang veelhoeken volledig geklassificeerd door J. Tits en R. Weiss in hun boek “Moufang Polygons”. Als een eerste stap hierin tonen zij aan dat Moufang n -hoeken enkel bestaan als n de waarde 3, 4, 6 of 8 heeft. Het geval van de Moufang vierhoeken ($n = 4$) treedt hier duidelijk naar voor als het minst begrepen geval, en het zijn precies deze objecten die dan ook het onderwerp vormen van het voorgestelde doctoraatsproefschrift.

Samenvatting van het proefschrift

Voor de waarden $n = 3$, $n = 6$ en $n = 8$ is het bewijs van de klassificatie van de Moufang n -hoeken in het boek van J. Tits en R. Weiss mooi onderverdeeld in twee delen, met name (A) het aantonen dat een Moufang n -hoek kan beschreven worden door een welbepaalde algebraïsche structuur, en (B) het klassificeren van dergelijke algebraïsche structuren.

De klassificatie van de Moufang vierhoeken ($n = 4$) in hun boek is niet op deze manier georganiseerd, bij gebrek aan een algemene algebraïsche structuur om deze te beschrijven. In plaats daarvan worden deze vierhoeken beschreven door zes verschillende parametersystemen, en zelfs dan is het onderscheid tussen de delen (A) en (B) niet aanwezig in de twee gevallen die tot de zogenaamde exceptionele vierhoeken leiden.

Het tweede hoofdstuk van deze thesis, dat tevens ook het beredeel van dit werk uitmaakt, heeft dan ook als doel om een dergelijke overkoepelende algebraïsche structuur te presenteren. Deze “*quadrangulaire systemen*”, zoals we deze noemen, scheppen een nieuw licht op deze vierhoeken, en brengen structuur in deze vierhoeken naar boven dat zonder deze systemen moeilijk te zien is. Bovendien is het mogelijk om deze structuren volledig te klassificeren zonder daarbij gebruik te maken van de Moufang vierhoeken waaruit deze ontstaan zijn. Op die manier hebben we tegelijk een nieuw bewijs geleverd voor de klassificatie van de Moufang vierhoeken dat wel degelijk bestaat uit de gedeelten (A) en (B).

Deze nieuwe algebraïsche structuren hebben meer nut dan enkel het geven van een nieuw bewijs voor de klassificatie. In het derde hoofdstuk van het voorgestelde proefschrift hebben we deze structuren met succes gebruikt om een belangrijke vraag op te lossen over de automorfismengroep van de exceptionele Moufang vierhoeken van type F_4 , die in het boek van J. Tits en R. Weiss werd opengelaten. Meer bepaald tonen we hierin aan dat hun automorfismengroep, op veldautomorfismen na, volledig is voortgebracht door hun wortelgroepen.

In het vierde en laatste hoofdstuk bekijken we de exceptionele Moufang vierhoeken van type E_6 , E_7 en E_8 vanuit een ander standpunt. Het is reeds duidelijk vanuit de constructie dat de even Clifford algebra van de kwadratische vorm die deze vierhoeken bepaalt, een belangrijke rol speelt in het “begrijpen” van de structuur van deze vierhoeken. We trekken dit nog verder door, door aan te tonen dat dergelijke kwadratische vormen *volledig* gekarakteriseerd worden door de structuur van deze even Clifford algebra alleen.